**FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA UFPA**

**LABORATÓRIO DE ELETRÔNICA E CIRCUITOS ELÉTRICOS**

**DISCIPLINA: LABORATÓRIO DE CIRCUITOS ELÉTRICOS II**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**EXPERIÊNCIA 0**

**SINAIS PERIÓDICOS E NÃO PERIÓDICOS**:

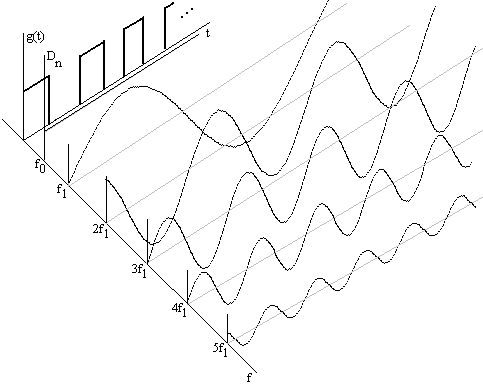
Alguns sinais incluem variações cíclicas de intensidade e são chamados de sinais periódicos. Uma forma de onda, *g(t)*, é dita periódica com período *T* se, para todo o intervalo de tempo, ela satisfaz a condição:

*g(t) = g(t – T) ∀t*

Onde o período *T* é o menor valor de *t* que satisfaz essa condição. A *função senoidal* é um exemplo típico de um sinal periódico. Se a equação acima não for satisfeita o sinal será dito *não-periódico ou aperiódico*.

Seja qual for a forma das variações de intensidade dos sinais periódicos, estes são sempre computados por uma soma de sinais senoidais puros de frequências múltiplas do sinal base e intensidade decrescente. Estas ondas senoidais com frequências múltiplas são conhecidas por harmônicas que compõem a série de Fourier mostrada abaixo:

A figura abaixo mostra uma interpretação gráfica da série de Fourier para uma onda retangular, mostrando os dois domínios: *domínio do tempo* e *domínio da freqüência*.



**Interpretação gráfica de uma série de Fourier**

**SOMA DE SENOIDES**

- Senoides de mesma frequência: o resultado é uma única senoide com a mesma frequência das senoide que compõem a soma. Portanto, a soma é um sinal periódico.

- Senoides com frequências distintas: o resultado só será um sinal periódico (não senoidal) se as frequências componentes da soma forem um múltiplo inteiro de uma frequência fundamental, caso contrário, o sinal resultante não será periódico. Veja exemplos abaixo.

g(t) = 2cos(1,5t + 45º) + 5sen(2t + 30º) é um sinal periódico com período fundamental 4π.

g(t) = 2cos(1,5t) + 3sen(2πt – 60º) não é um sinal periódico.

**VALOR DC, VALOR EFICAZ E POTÊNCIA**

- Valor DC ou valor CC: O valor DC (“direct current”) de um sinal, *g(t)*, seja ele *corrente ou tensão*, é dado pelo seu *valor médio* no tempo, denotado por <g(t)>. Se *g(t)* for periódica temos:

Note que *α* é um valor inicial qualquer de tempo, escolhido da forma mais conveniente. O valor DC de um sinal pode ser medido com um *voltímetro ou amperímetro no modo DC*.

- Valor *RMS*: também chamado de *valor eficaz*, é dado pela raiz quadrada do valor médio do sinal ao quadrado, ou seja:

=

Para uma função senoidal, de valor médio nulo, podemos mostrar que este valor pode ser dado por:

Onde *Gp* é a amplitude de pico da senoide.

O valor eficaz de um sinal pode ser medido com um *voltímetro ou amperímetro no modo AC*.

- Potência: A *potência instantânea* é o produto da tensão pela corrente em qualquer instante, ou seja:

*p(t) = v(t)i(t)*

Já a *potência média*, é definida como o valor médio da potência instantânea, isto é:

*P = < p(t) > = < v(t)i(t) >*

Especificamente, para um sinal senoidal, a potência média é:

*P =* *(1/2)VpIpcos(v – I) = VefIefcos(v – I) = VefIefcos(z)*

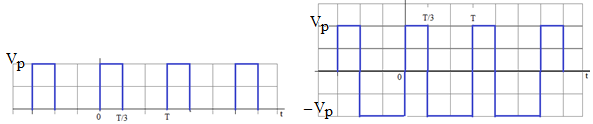
Onde *cos(z)* é o *fator de potência*.

Para uma impedância, ***Z***, a potência média pode ser dada por:

Onde ***Z*** *= R +* ***j****X*, sendo *R* a parte resistiva da impedância e *X* a reatância.

**CICLO DE TRABALHO DE UMA ONDA PERIÓDICA**

O ciclo de trabalho (“duty cicle”) de uma onda periódica é a fração de tempo em que um pulso permanece ativo dentro de um período. A figura abaixo ilustra essa definição.



Duty cicle = 1/3 Duty cicle = 1/3 para o pulso positivo e 2/3 para

o pulso negativo.

OBSERVAÇÃO: O valor médio (componente dc) de um sinal periódico retangular, pode ser obtido multiplicando-se o ciclo de trabalho pelo valor de pico. Por exemplo, o valor DC do segundo sinal periódico mostrado na figura anterior é:

OPERAÇÕES BÁSICAS COM SINAIS

Várias operações podem ser realizadas com sinais, envolvendo tanto a variável dependente como a variável independente, como será visto a seguir, onde consideramos *x(t)* como a excitação e *y(t)* como a resposta.

(1) **Operações na variável dependente**

- Mudança na escala de amplitudes: *go(t) = kgi(t)*.

Dispositivos que realizam essa mudança são chamados de *amplificadores* ou *atenuadores*, dependendo se *k* é maior do que *1* ou está entre 0 e *1*, respectivamente.

- Adição: *go(t) = g1(t) + g2(t)*.

Os misturadores de áudio (voz + música) são exemplos de dispositivos que realizam tal operação.

- Multiplicação: *go(t) = g1(t)g2(t)*. Um modulador de amplitudes pode realizar tal operação.

- Diferenciação: *go(t) = dgi/dt*.

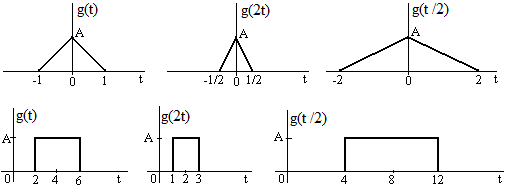
Um dispositivo muito simples que realiza tal operação é o *indutor* que, como vimos em circuitos elétricos, a sua tensão é dada por *v(t) = Ldi/dt*.

- Integração: *go(t) = gi()d*. Da mesma forma, o capacitor pode realizar esta operação.

(2) **Operações na variável independente**

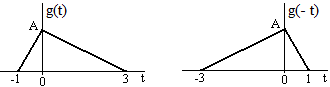
- Mudança na escala de tempo: *go(t) = gi(at)*.

Se a constante *a* é maior do que *1*, *go(t)* será uma versão comprimida de *gi(t)*. No caso de sinais discretos, esta operação é conhecida como *decimação*. Se *0 < a < 1*, *go(t)* será uma versão expandida de *gi(t)*. Para sinais discretos, esta operação é conhecida como *interpolação*. Exemplos dessas operações são mostrados na figura abaixo.



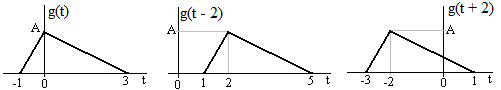
Compressão e expansão de sinais

- Reflexão: *go(t) = gi(–t)*. Esta operação corresponde a fazer um giro de *180o* no sinal *x(t)* em torno do eixo vertical. A figura abaixo mostra um exemplo.



Reflexão de um sinal

- Deslocamento no tempo: *go(t) = gi(t – to)*. Se *to > 0, gi(t)* é deslocado para a direita e se diz que *go(t)* é uma versão atrasada de *gi(t)*. Se *to < 0, gi(t)* é deslocado para a esquerda e se diz que *go(t)* é uma versão adiantada de *gi(t)*. A figura abaixo mostra um exemplo.



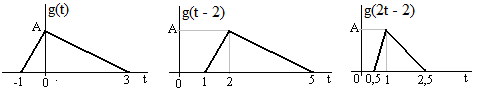
**Deslocamento para a direita (atraso) e para a esquerda (adiantamento)**

- Regra de precedência para deslocamento no tempo e mudança de escala no tempo, no mesmo sinal:

Se um sinal, *gi(t)*, experimentar uma mudança de escala no tempo por um fator *a* e um deslocamento no tempo por um fator *b*, então escrevemos:

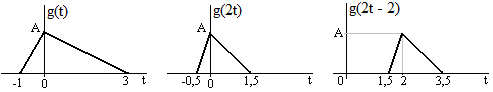
*go(t) = gi(at – b)*

Neste caso, *o deslocamento no tempo deve preceder a mudança de escala no tempo*. A figura abaixo exemplifica a forma correta destas operações para o sinal *go(t) = gi(2t – 2)*, onde, primeiro fizemos o deslocamento de *gi(t)*, de *2*  unidades para a direita e, somente depois, fizemos a compressão pelo fator *2*.



Regra de precedência – primeiro o deslocamento, depois a compressão.

Se fizéssemos primeiro a mudança de escala para depois deslocar no tempo, obteríamos, *erroneamente,* o gráfico da figura abaixo.



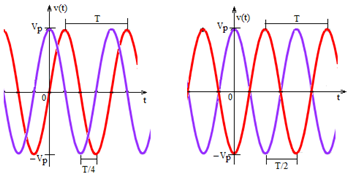
Um contraexemplo da regra de precedência

A FUNÇÃO SENOIDAL

As tensões alternadas senoidais podem ser geradas por diversas fontes. A mais comum é aquela que obtemos nas tomadas residenciais, cuja origem é uma usina geradora; essas usinas em geral são alimentadas por quedas d’água, óleo, gás ou fissão nuclear; ou ainda pelo vento, no caso da energia eólica, ou pelo sol no caso da energia solar. Em cada caso, um *gerador CA* (também denominado de *alternador*), é o componente mais importante no processo de *conversão de energia*.

No caso específico da energia solar, os painéis solares geram uma tensão contínua e um dispositivo denominado de *inversor*, faz a conversão para tensão alternada senoidal.

A forma de onda de uma senoide é como mostrada na figura abaixo, de onde podemos tirar as seguintes definições:



(a) (b)

**Formas de onda de senoides.**

- *Valor instantâneo*: é a amplitude da senoide em um instante de tempo qualquer, indicado por uma letra minúscula como, por exemplo, *v1(t)*, *v2(t),* etc.

- *Amplitude de pico*: é o valor máximo da senoide em relação ao valor médio, indicado por letra maiúscula, como *Vp*.

- *Valor de pico*: é o valor máximo da senoide em relação ao nível zero. No caso da figura anterior, esse valor é igual à amplitude de pico, pois a valor médio da senoide é nulo.

- *Valor pico a pico*: é a diferença entre os valores dos picos positivo e negativo, isto é, a soma dos módulos das amplitudes positiva e negativa. É indicada por *Vpp*.

- *Período*: Intervalo de tempo entre repetições sucessivas da forma de onda. Ele sempre contém um único ciclo da forma de onda. Indicado por *T*.

- *Freqüência*: é o número de ciclos que ocorrem em *1* (um) segundo. Indicada por *f*, ela é o inverso do período, isto é, *f = 1/T*. A unidade de freqüência é o *Hertz* (Hz). *1 Hz =* 1 ciclo por segundo (*c/s*).

- *Frequência angular*: indicada por *ω*, é dada por *ω = 2πf* = 2π/T. Sua unidade é o radiano por segundo (*rd/s*). Essa frequência também pode ser vista como a velocidade de um vetor girando em torno do centro de uma circunferência de raio unitário. Assim, podemos também escrever:

*ω = (ângulo percorrido radianos)/ (tempo em segundos)*

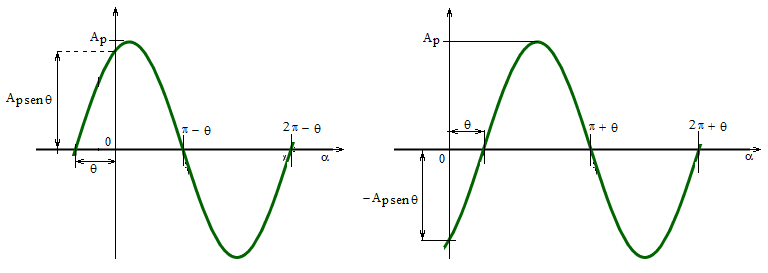
Isto é: *ω = α/t ou α = ωt*

Lembre-se que *1 radiano (1 rd)* é o ângulo correspondente ao comprimento do arco igual ao raio da circunferência, donde se tira que:

*1 rd ≡ 57,296º ≡ 57,3º*.

**EXPRESSÃO GERAL PARA TENSÕES E CORRENTES SENOIDAIS**

As expressões matemáticas das senoides pressupõe uma fase nula tanto para a função seno como para a função cosseno. Entretanto, nem sempre se verifica isso na prática; ao ligarmos um circuito, não se sabe exatamente onde uma senoide vai começar. Neste caso podemos ter a situação mostrada na figura abaixo.

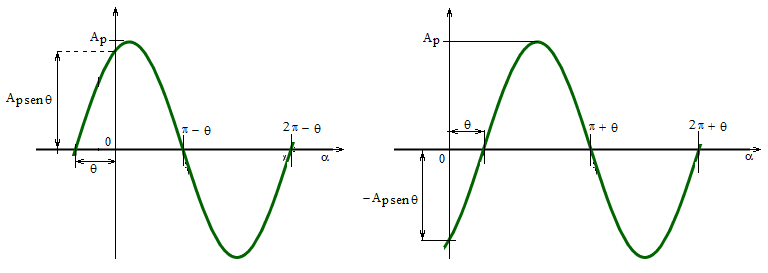


Portanto, uma expressão mais geral para a senoide pode ser escrita como segue:

*g(t) = Apsen(ωt ± θ)*

Onde, em relação à fase nula, o sinal negativo indica um deslocamento para a direita (atraso) e o sinal positivo indica um deslocamento para a esquerda (adiantamento). A figura abaixo ilustra essas situações. Note que, sempre podemos transformar uma função seno numa função cosseno e vice-versa, utilizando as igualdades:

cos *ωt = sen(ωt + 90º)* e *senωt* = cos(*ωt – 90º)*



(a) (b)

**(a) Apse*n(ωt + θ); (b) Apsen(ωt – θ)***

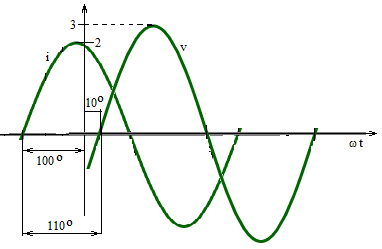
Podemos também determinar a defasagem entre duas senoides quaisquer, calculando a fase de cada uma delas e depois, tomando o módulo da diferença entre elas.

Exemplo: Qual é a relação de fase entre o par de senoides dado abaixo:

*i = 2cos(ωt + 10º)* e *v = 3sen (ωt – 10º)*

Podemos visualizar a solução deste exemplo na figura abaixo. Note que primeiro transformamos a função co-seno numa função seno, ou seja:

*i = 2cos(ωt + 10º) = 2sen(ωt + 10º + 90o) = 2sen(ωt + 100º).*



**Relação de fase entre as duas senoides**

Esta figura mostra que a corrente *i* está adiantada em relação à tensão de *110º*, ou que *v* está atrasada em relação a *i* de *110º*. A relação de fase entre estas duas senoides é, portanto *110º*.

Exercício: Qual é a relação de fase entre os seguintes pares de senoides:

a) *v = 10sen(ωt + 30º) e i = 5sen(ωt + 70º)*

b) *i =* –*Sen(ωt + 30º) e v = 2sen(ωt + 10º)*

**Resposta:** *a) 40º, b) 160º ou 200º*

**FASOR**

É um *número complexo representante de uma senoide* onde se faz a seguinte associação:

*Módulo do complexo = Amplitude de pico da senoide*

*Fase do complexo = Fase da senoide.*

Assim, para a senoide *v(t) = Vpsen(ωt ± θ)*, o fasor correspondente é:

***V*** *= Vpe±****j****θ*

Exemplo: a senoide *v(t) = 12sen(377t – 30º)* é representada pelo complexo:

***V*** *= 12e–****j****30º*

Exemplo: sabe-se que a soma de várias senoides, todas de mesma freqüência *ω*, corresponde a uma única senoide de freqüência *ω.* Seja, então, uma corrente dada por:

*i(t) = 6cos(377t – 60º) + 4sen(377t – 60º)*

Logo, utilizando fasores, podemos encontrar uma única senoide para expressar essa corrente, como segue:

*i(t) = 6sen(377t + 30º) + 4sen(377t – 60º)*: convertemos o cosseno em seno

***I*** *= 6e****j****30º + 4e–****j****60º*: convertemos em fasores na forma exponencial

***I*** *= 7,20 –* ***j****1,46*: convertemos o fasor para a forma retangular

***I*** *= 7,35e–****j****11,46*: voltamos para a forma exponencial

*i(t) = 7,35sen(377t – 11,46º)*

**PROBLEMÁTICA**

1) Qual é a relação de fase entre os seguintes pares de senoides:

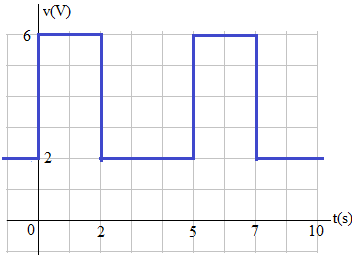
a*) i =* *15sen(ωt + 60º) e v = 10sen(ωt – 20º)*

b) *i =* –2cos*(ωt – 30º) e v = 3sen(ωt – 150º)*

**Resposta:**

*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*

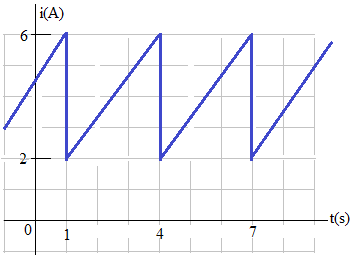
2) A tensão periódica sobre um resistor é mostrada abaixo. Um voltímetro em paralelo com esse resistor, forneceria que leitura no modo AC? E no modo DC?



**Resposta:**

*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*

3) A corrente periódica através de um resistor é mostrada abaixo. Um amperímetro em série com esse resistor forneceria que leitura no modo AC? E no modo DC?



**Resposta***:*

*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*

4) Calcule a potência média dissipada por um resistor de resistência 10 *Ω*, quando submetido à tensão do problema 2 e quando submetido à corrente do problema 3.

**Resposta***:*

*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*

5) Dadas as senoides *v1(t) = 8cos(250t + 15º) V* e *v2(t) = 6cos(250t – 45º) V*, determine o tempo de avanço ou de retardo de *v2(t)* em relação a *v1(t)*.

**Resposta:***:*

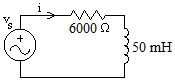
*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*

6) Expresse a corrente *i(t) = 2cos(6t + 120º) + 2sen(6t – 60º) mA*, na forma geral *i(t) = Acos( mA*, em que *A > 0* e *–180º < < 180º*, usando fasores. Qual o valor eficaz dessa corrente?

**Resposta**

*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*

7) No circuito abaixo, onde *vs(t) = 12cos(4t + 45º) V*, qual valor de corrente seria medido por um amperímetro inserido em série com a fonte, no modo AC?



**Resposta***:*

*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*

8) Verificar se as seguintes somas de senoides, resulta em um sinal periódico. Se sim, encontrar o período fundamental desse sinal.

a) *g(t) = 2sen(3t + 10º) – 3cos(6t – 45º) + 4cos(7,5t + 30º)*

b) *g(t) = 3cos(6t – 45º) + 4cos(7,5t + 30º) – 5sen(πt + 6º0)*

c) g(t) = 2cos(2t) + 3sen(5πt)

d) g(t) = cos(6πt + 10º) – 5cos(20πt – 60º)

**Resposta:**

*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*